

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования**

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МЭИ»**

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор ФГБОУ ВО «НИУ  
«МЭИ» по научной работе  
Драгунов В.К.

---

ПОДПИСЬ

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 г.

**ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ  
ПО СПЕЦИАЛЬНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ ПРИ ПОСТУПЛЕНИИ В  
АСПИРАНТУРУ**

**Направление – 01.06.01, Математика и механика**

---

код, название

Москва, 2019

# 1. Направленность – 01.01.02, Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

шифр, название

## I. Математический анализ

Непрерывные функции одной переменной и их свойства. Равномерная непрерывность. Теорема Асколи – Арцела. Дифференцируемые функции одной переменной и их свойства. Формула Тейлора. Определенный интеграл и его свойства. Критерии интегрируемости. Интегрируемость непрерывной на отрезке функции. Первообразная и неопределенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница. Числовые последовательности и ряды. Сходимость. Критерий Коши. Достаточные признаки сходимости числового ряда. Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Последовательности и ряды функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора. Ряды Фурье. Сходимость рядов Фурье в среднем. Достаточное условие равномерной сходимости ряда Фурье. Функции нескольких переменных. Экстремумы. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру.

Скалярное поле. Градиент. Векторное поле. Дивергенция. Ротор. Векторная форма теоремы Гаусса – Остроградского. Векторная форма теоремы Стокса. Потенциальные векторные поля. Условие потенциальности векторного поля. Соленоидальное поле. Критерий соленоидальности.

Функции комплексного переменного. Непрерывность и дифференцируемость. Условия Коши – Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Элементарные функции комплексного переменного, задаваемые ими конформные отображения. Простейшие многозначные функции и их свойства. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Вычеты. Основная теорема о вычетах и ее применение.

## II. Линейная алгебра

Системы линейных алгебраических уравнений с квадратной матрицей. Определитель матрицы. Правило Крамера. Обратная матрица. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Теорема о ранге матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений общего вида. Теорема Кронекера – Капелли.

Однородная система уравнений. Фундаментальная система решений. Структура общего решения.

Линейные операторы в конечномерных пространствах. Матрица линейного оператора. Переход к другому базису. Матрица перехода. Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования. Инвариантные подпространства. Корневые подпространства. Жорданова форма. Сопряженный оператор и сопряженная матрица. Теорема Шура. Нормальные, унитарные и эрмитовы операторы и матрицы в унитарном пространстве. Нормальные, ортогональные и симметричные операторы и матрицы в евклидовом пространстве. Неотрицательно определенные и положительно определенные операторы.

### **III. Обыкновенные дифференциальные уравнения**

Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка, для системы уравнений первого порядка и уравнения порядка выше первого. Линейные дифференциальные уравнения высокого порядка и системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Общие решения однородной и неоднородной задач. Линейные однородные уравнения и системы с постоянными коэффициентами.

Основные понятия теории устойчивости. Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость. Простейшие типы точек покоя. Второй метод Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теорема Четаева о неустойчивости. Исследование на устойчивость по первому приближению.

### **IV. Теория функций и функциональный анализ**

Мера Лебега. Измеримые множества и их свойства. Измеримые функции и их свойства. Предел последовательности измеримых функций. Сходимость почти всюду и сходимость по мере. Интеграл Лебега и его свойства. Интегрируемость ограниченных измеримых функций. Связь с интегрируемостью по Риману. Абсолютная непрерывность и счетная аддитивность интеграла Лебега.

Метрические пространства. Полнота. Теорема о вложенных шарах. Теорема Хаусдорфа о пополнении. Принцип сжимающих отображений и его применения.

Нормированные пространства. Банаховы пространства. Теорема Хана – Банаха. Теорема Банаха – Штейнгауза. Сопряженное пространство. Слабая

сходимость. Второе сопряженное пространство. Рефлексивные пространства и их свойства. Евклидовы и унитарные пространства. Неравенство Коши – Буняковского. Существование ортогональных базисов, ортогонализация. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Замкнутые ортогональные системы. Гильбертовы пространства. Теорема Рисса – Фишера. Изоморфизм гильбертовых пространств. Теорема Рисса – Фреше о представлении линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве.

Линейные операторы в нормированных пространствах. Непрерывные и ограниченные линейные операторы. Норма ограниченного линейного оператора. Обратный оператор. Линейные операторы в гильбертовых пространствах. Сопряженный оператор и его свойства. Самосопряженные операторы. Вполне непрерывные операторы. Спектр линейного оператора. Резольвента. Резольвентное множество. Собственные значения. Свойства спектра вполне непрерывного самосопряженного оператора.

## **V. Уравнения математической физики**

Классификация линейных уравнений в частных производных 2-го порядка с двумя независимыми переменными. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Метод характеристик. Формула Даламбера. Задача Коши для одномерного уравнения теплопроводности. Формула Пуассона. Задача Дирихле для уравнения Пуассона. Принцип максимума. Единственность решения задачи Дирихле, непрерывная зависимость решения от данных задачи. Обобщенные решения. Решение задачи Дирихле методом Галеркина. Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Решение начально-краевых задач методом Фурье. Начально-краевые задачи для уравнения колебаний струны. Решение начально-краевых задач методом Фурье.

Основные понятия теории разностных схем. Сетки. Сеточные функции. Разностные схемы и простейшие методы их построения. Аппроксимация, устойчивость и сходимость. Простейшие разностные схемы для одномерного нестационарного уравнения теплопроводности и их свойства.

## **Основная литература**

1. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ. Т. 1,2. М.: Высшая школа. 1988.
2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2002, 482 с.
3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Физматлит. 2002 г.– 302 с.

4. Ильин В.А., Ким Г.Д., Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учебник. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1998. – 320 с.
5. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Едиториал УРСС. 2002. – 320 с.
6. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Либроком. 2009.
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Изд-во МГУ. 2004. – 798с.
8. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2004. – 400с.
9. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа М.: Физматлит. 2004. – 572 с.
10. Треногин В.А. Функциональный анализ. М. Физматлит. 2002.
11. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы. М.: Изд. Дом МЭИ. 2008.

#### **Дополнительная литература**

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ижевск, 2000.
2. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1998.
3. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 1983.
4. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. М.: МЦНМО, 2004.
5. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными, М.: Физматлит, 2009.
6. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Физматлит, 2005.
7. Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.

### **I. Математический анализ**

Непрерывные функции одной переменной и их свойства. Равномерная непрерывность. Теорема Асколи – Арцела. Дифференцируемые функции одной переменной и их свойства. Формула Тейлора. Определенный интеграл и его свойства. Критерии интегрируемости. Интегрируемость непрерывной на отрезке функции. Первообразная и неопределенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница. Числовые последовательности и ряды. Сходимость. Критерий Коши. Достаточные признаки сходимости числового ряда. Абсолютная и условная сходимость ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Последовательности и ряды функций. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора. Ряды Фурье. Сходимость рядов Фурье в среднем. Достаточное условие равномерной сходимости ряда Фурье. Функции нескольких переменных. Экстремумы. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума. Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру.

Скалярные и векторные поля. Градиент. Дивергенция. Ротор. Теоремы Гаусса – Остроградского и Стокса. Потенциальные векторные поля и условие потенциальности. Соленоидальное поле. Критерий соленоидальности.

Функции комплексного переменного. Условия Коши – Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Элементарные функции комплексного переменного задаваемые ими конформные отображения. Простейшие многозначные функции и их свойства. Теорема Коши об интеграле по замкнутому контуру. Интеграл Коши. Ряд Тейлора. Ряд Лорана. Вычеты. Основная теорема о вычетах и ее применение.

### **II. Линейная алгебра**

Системы линейных алгебраических уравнений с квадратной матрицей. Определитель матрицы. Правило Крамера. Обратная матрица. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Теорема о ранге матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений общего вида. Теорема Кронекера – Капелли. Однородная система уравнений. Фундаментальная система решений. Структура общего решения.

Линейные операторы в конечномерных пространствах. Матрица линейного оператора. Переход к другому базису. Матрица перехода. Собственные значения и собственные векторы линейного преобразования. Инвариантные подпространства. Корневые подпространства. Жорданова форма. Сопряженный оператор и сопряженная матрица. Теорема Шура. Нормальные, унитарные и эрмитовы операторы и матрицы в унитарном пространстве. Нормальные, ортогональные и симметричные операторы и матрицы в евклидовом пространстве. Неотрицательно определенные и положительно определенные операторы.

### **III. Обыкновенные дифференциальные уравнения**

Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для ОДУ первого порядка, для системы уравнений первого порядка и уравнения порядка выше первого. Линейные ОДУ высокого порядка и системы линейных ОДУ первого порядка. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Общие решения однородной и неоднородной задач. Линейные однородные уравнения и системы с постоянными коэффициентами.

Основные понятия теории устойчивости. Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость. Простейшие типы точек покоя. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теорема Четаева о неустойчивости. Исследование на устойчивость по первому приближению.

### **IV. Теория функций и функциональный анализ**

Мера Лебега. Измеримые множества и их свойства. Измеримые функции и их свойства. Предел последовательности измеримых функций. Сходимость почти всюду и сходимость по мере. Интеграл Лебега и его свойства. Интегрируемость ограниченных измеримых функций. Связь с интегрируемостью по Риману. Абсолютная непрерывность и счетная аддитивность интеграла Лебега.

Метрические пространства. Полнота. Теорема о вложенных шарах. Теорема Хаусдорфа о пополнении. Принцип сжимающих отображений и его применения.

Нормированные пространства. Банаховы пространства. Теорема Хана – Банаха. Теорема Банаха – Штейнгауза. Сопряженное пространство. Слабая сходимость. Второе сопряженное пространство. Рефлексивные пространства и их свойства. Евклидовы и унитарные пространства. Неравенство Коши – Буняковского. Существование ортогональных базисов, ортогонализация.

Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Замкнутые ортогональные системы. Гильбертовы пространства. Теорема Рисса – Фишера. Изоморфизм гильбертовых пространств. Теорема Рисса – Фреше о представлении линейного непрерывного функционала в гильбертовом пространстве.

Линейные операторы в нормированных пространствах. Непрерывные и ограниченные линейные операторы. Норма ограниченного линейного оператора. Обратный оператор. Линейные операторы в гильбертовых пространствах. Сопряженный оператор и его свойства. Самосопряженные операторы. Вполне непрерывные операторы. Спектр линейного оператора. Резольвента. Резольвентное множество. Собственные значения. Свойства спектра вполне непрерывного самосопряженного оператора.

## **V. Уравнения математической физики**

Классификация линейных уравнений в частных производных 2-го порядка с двумя независимыми переменными. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Метод характеристик. Формула Даламбера. Задача Коши для одномерного уравнения теплопроводности. Формула Пуассона. Задача Дирихле для уравнения Пуассона. Принцип максимума. Единственность решения задачи Дирихле, непрерывная зависимость решения от данных задачи. Обобщенные решения. Решение задачи Дирихле методом Галеркина. Начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности. Принцип максимума. Решение начально-краевых задач методом Фурье. Начально-краевые задачи для уравнения колебаний струны. Решение начально-краевых задач методом Фурье.

## **VI. Численные методы**

Источники и классификация погрешностей. Приближенные числа. Абсолютная и относительная погрешности. Погрешность арифметических операций над приближенными числами. Погрешность функции. Особенности машинной арифметики.

Методы решения нелинейных уравнений. Методы бисекции, простой итерации, Ньютона. Модификации метода Ньютона. Метод секущих. Прямые методы решения СЛАУ. Обусловленность задачи решения СЛАУ. Метод Гаусса. LU-разложение. Метод Холецкого. Метод прогонки. QR-разложение матрицы. Методы вращений и отражений. Итерационные методы решения СЛАУ. Методы простой итерации, Зейделя, последовательной верхней релаксации. Метод сопряженных градиентов. Методы отыскания решений систем нелинейных уравнений. Метод простой итерации. Метод Ньютона. Модификации метода Ньютона.



Методы решения проблем собственных значений. Степенной метод. Метод обратных итераций. QR-алгоритм.

Методы одномерной и многомерной оптимизации. Понятие о методах спуска. Покоординатный спуск. Градиентный метод. Метод Ньютона

Полиномиальная интерполяция. Многочлен Лагранжа. Минимизация оценки погрешности интерполяции. Многочлены Чебышева. Конечные и разделенные разности. Интерполяционный многочлен Ньютона. Интерполяция сплайнами. Дискретное преобразование Фурье.

Простейшие формулы численного дифференцирования. Численное интегрирование. Квадратурные формулы интерполяционного типа. Квадратурные формулы Гаусса. Апостериорные оценки погрешности. Адаптивные методы численного интегрирования.

Численные методы решения задачи Коши для ОДУ. Метод Эйлера и его модификации. Методы Рунге – Кутты. Линейные многошаговые методы. Методы Адамса. Устойчивость методов решения задачи Коши. Жесткие задачи. Решение двухточечных краевых задач. Метод конечных разностей. Методы Ритца и Галеркина. Метод конечных элементов. Метод пристрелки.

Основные понятия теории разностных схем. Сетки. Сеточные функции. Разностные схемы и простейшие методы их построения. Аппроксимация, устойчивость и сходимость. Простейшие разностные схемы для одномерного нестационарного уравнения теплопроводности и их свойства. Разностная схема для решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.

### **Основная литература**

12. Кудрявцев Л.Д. Математический анализ. Т. 1,2. М.: Высшая школа. 1988.

13. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2002, 482 с.

14. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Физматлит. 2002 г.– 302 с.

15. Ильин В.А., Ким Г.Д., Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учебник. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1998. – 320 с.

16. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Едиториал УРСС. 2002. – 320 с.

17. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Либроком. 2009.

18. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Изд-во МГУ. 2004. – 798с.

19. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. М.: Физматлит, 2004. – 400с.
20. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа М.: Физматлит. 2004. – 572 с.
21. Треногин В.А. Функциональный анализ. М. Физматлит. 2002.
22. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы. М.: Изд. Дом МЭИ. 2008.
23. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. МГУ, М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006.

#### **Дополнительная литература**

1. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989.
2. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989.
3. Лебедев В.И. Функциональный анализ и вычислительная математика. М.: Физматлит, 2005.
4. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 1983.
5. Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005.

### 3. Направленность – 01.02.01, Теоретическая механика

шифр, название

1. Кинематика точки. Естественный трехгранник Дарбу. Криволинейные координаты и параметры Ламе.

2. Кинематика системы отсчета (кинематика абсолютно твердого тела). Свойства матрицы направляющих косинусов и кватернионов.

3. Угловая скорость. Кинематические уравнения для углов Эйлера, для матрицы направляющих косинусов (уравнения Пуассона) и уравнения для кватернионов.

4. Кинематика относительного движения.

5. Геометрия масс и динамические меры движения механической системы. Количество движения. Момент количеств движения (кинетический момент). Кинетическая энергия.

6. Основные теоремы динамики. Теоремы об изменении количества движения и момента количеств движения. Теорема о движении центра масс.

7. Реактивное движение. Уравнение Мещерского.

8. Теорема об изменении кинетической энергии. Основные теоремы динамики для относительного движения.

9. Специальные задачи динамики точки. Задача двух тел и ее решение. Классификация траекторий. Законы Кеплера для эллиптических траекторий. Основная задача внешней баллистики.

10. Классические задачи динамики твердого тела. Случаи Эйлера, Лагранжа, Ковалевской. Стационарные движения: перманентные вращения и регулярная прецессия. Гироскоп.

11. Лагранжева механика. Принцип Даламбера-Лагранжа. Конфигурационное многообразие системы с конечным числом степеней свободы. Обобщенные координаты. Виртуальные перемещения. Голономные и неголономные системы.

12. Уравнения Лагранжа. Уравнения Лагранжа с множителями.

13. Уравнения Аппеля.

14. Уравнения Рауса для систем с циклическими координатами. Первые интегралы.

15. Основные понятия теории устойчивости движения. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Функции Ляпунова. Общие теоремы второго метода Ляпунова.

16. Устойчивость линейных стационарных систем. Критерий Рауса-Гурвица.

17. Частотные критерии (критерии Михайлова, Найквиста). Теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Понятие о критических случаях.

18. Устойчивость стационарных движений механической системы. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия и ее обобщения.

19. Обращение теоремы Лагранжа. Коэффициенты устойчивости Пуанкаре. Влияние структуры сил на характер устойчивости положения равновесия.

20. Колебания линейных стационарных систем. Спектральные свойства линейных систем. Нормальные координаты.

21. Классификация линейных сил. Теоремы Релея.

22. Вынужденные колебания. Амплитудно-частотные характеристики. Резонанс. Параметрический резонанс в линейных системах с переменными коэффициентами.

23. Колебания нелинейных систем. Амплитудно-частотные характеристики.

24. Бифуркации стационарных состояний. Автоколебания как устойчивые предельные циклы на фазовой плоскости.

25. Понятие нормальной формы Пуанкаре. Понятие о разделении движений и методах осреднения. Метод точечных отображений.

#### **4. Направленность – 01.02.06, «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры»**

---

шифр, название

### **ВВЕДЕНИЕ**

Предмет теории упругости. Основные гипотезы. Краткий исторический очерк развития теории упругости.

#### **1. ТЕНЗОРЫ В ПРЯМОЛИНЕЙНЫХ ДЕКАРТОВЫХ КООРДИНАТАХ [1-4]**

Определение тензоров в прямолинейных декартовых координатах. Ранг тензора. Умножение тензора на вектор. Алгебра тензоров. Правило суммирования по неммым индексам. Главные оси тензора. Инварианты тензоров. Тензоры второго ранга и квадратичные формы. Ротор как антисимметричный тензор второго ранга. Понятие о тензорном поле.

#### **2. ТЕНЗОР НАПРЯЖЕНИЙ [4,5,11]**

Равновесие элементарного тетраэдра. Главные направления и главные площадки. Инварианты тензора напряжений. Разложение тензора напряжений на девиатор и шаровой тензор. Круги Мора. Главные касательные напряжения. Дифференциальные уравнения равновесия.

#### **3. ТЕНЗОР ДЕФОРМАЦИЙ [4,5,11]**

Тензор деформаций. Относительные удлинения и сдвиги. Главные оси деформаций и главные деформации. Инварианты тензора деформаций. Определение перемещений по деформациям. Уравнения совместности деформаций.

#### **4. СВЯЗЬ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ [4,5,11]**

Обобщенный закон Гука. Потенциальная энергия деформации. Тензор упругих постоянных. Закон Гука для анизотропного тела. Постоянные Ламе. Связь их с техническими постоянными. Частные случаи анизотропии.

#### **5. КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ [4,5]**

Полная система уравнений теории упругости в напряжениях. Уравнения Бельтрами-Митчела. Уравнения теории упругости в перемещениях. Теорема о существовании единственного решения (о существовании и единственности решения). Некоторые общие решения уравнений теории упругости. Первая основная, вторая основная и смешанные задачи теории упругости. Прямой, обратный и полуобратный методы решения задач теории упругости. Принцип Сен-Венана.

#### **6. ВАРИАЦИОННЫЕ ПРИНЦИПЫ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ [5,6]**

Принцип Лагранжа. Теорема Клапейрона. Теорема Бетти. Принцип Кастильяно. Вариационные методы решения задач теории упругости. Метод Ритца, метод Галеркина, метод Треффца.

## **7. КРУЧЕНИЕ [4,5]**

Кручение стержня произвольного профиля. Функция напряжений. Жесткость при кручении. Мембранная аналогия. Кручение стержней эллиптического и прямоугольного сечения. Понятие о кручении валов переменного сечения.

## **8. ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ УПРУГОСТИ [4,5,6]**

Плоская деформация и плоское напряженное состояние. Функция напряжений. Дифференциальные уравнения и краевые условия для функций напряжений. Теорема Мориса Леви. Решение в полиномах. Решение в тригонометрических рядах. Применение преобразования Фурье.

## **9. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО К ПЛОСКОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ [4,5,6]**

Формулы Колосова – Мусхелишвили. Постановка краевых задач. Применение конформного отображения. Решение первой основной задачи для круга. Напряжения в диске, сжатом сосредоточенными силами.

## **10. ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ИЗГИБА УПРУГИХ ПЛАСТИН [7]**

Допущения классической теории изгиба пластин. Гипотезы Кирхгоффа – Лява и связанная с ними погрешность. Внутренние усилия и моменты. Напряжения и деформации. Основное уравнение изгиба пластин. Вывод основного уравнения из вариационного принципа. Граничные условия Кирхгоффа.

## **11. НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ИЗГИБА ПЛАСТИН [7]**

Прямоугольная пластина, опертая по контуру. Решение в рядах Фурье. Пластина, опертая по двум противоположным сторонам. Основное уравнение изгиба пластин и граничные условия в полярных координатах. Осесимметричный изгиб круговых и кольцевых пластин. Применение вариационных методов к задачам изгиба пластин. Пластина переменной толщины. Примеры.

## **12. СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ПОВЕРХНОСТЕЙ [1,2,3]**

Криволинейные координаты на поверхности. Первый, второй и третий фундаментальные тензоры поверхности. Линии кривизны и асимптотические линии. Главные кривизны. Средняя и гауссова кривизны. Тождества Гаусса – Кодацци. Геометрия Евклидова пространства, окружающего поверхность. Метрический тензор, площади и объемы. Символы Кристоффеля для пространства. Ортогональные криволинейные координаты на поверхности. Переход от тензорных составляющих к физическим составляющим.

## **13. ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ТОНКИХ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК [8]**

Допущения классической теории оболочек. Деформации в произвольной точке. Деформации срединной поверхности. Внутренние усилия и моменты. Соотношения упругости. Потенциальная энергия деформации. Полная система уравнений теории оболочек. Граничные условия. Вывод уравнений теории оболочек из вариационного принципа.

#### **14. БЕЗМОМЕНТНАЯ ТЕОРИЯ ОБОЛОЧЕК [8]**

Уравнения безмоментной теории. Область применения. Определение перемещений в безмоментной теории. Элементарные задачи безмоментной теории. Применение теории функции комплексного переменного.

#### **15. ОСЕСИММЕТРИЧНЫЙ ИЗГИБ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ [8]**

Уравнения осесимметричного изгиба оболочек вращения. Понижение их порядка. Частные случаи.

Краевой эффект в круговой цилиндрической оболочке. Примеры. Краевой эффект в сферической и конической оболочках. Асимптотическое интегрирование уравнений.

#### **16. ТЕОРИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК [8]**

Упрощенные варианты уравнений теории цилиндрических оболочек. Уравнения Лява. Уравнения Доннела – Власова. Уравнения Новожилова. Уравнения полубезмоментной теории. Область приложения уравнений. Интегрирование уравнений в одинарных рядах. Применение метода расчленения напряженного состояния к расчету оболочек.

#### **17. ТЕОРИЯ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК [8]**

Уравнения теории пологих оболочек (для состояний с большим показателем изменчивости) и область их применения. Решение в рядах. Учет усилий в срединной поверхности. Простейшие задачи устойчивости оболочек.

#### **18. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ [8]**

Понятие об упругой и пластической деформации. Понятие о дислокациях. Типичные кривые деформирования. Эффект Баушингера. Модели упругопластического тела. Место теории пластичности в механике твердого тела.

#### **19. РАЗЛИЧНЫЕ ВАРИАНТЫ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ [9,10,11]**

Критерии текучести. Поверхности текучести. Постулат Драккера и его следствия. Ассоциированный закон течения. Уравнения Прандтля-Райса. Сводка основных уравнений теории течения.

Теория идеально упругопластического тела. Общие требования к критерию текучести. Ассоциированный закон течения для сингулярной теории текучести.

Теория упругопластического тела с упрочнением. Мера пластической деформации. Теория упрочнения, учитывающая эффект Баушингера.

Деформационная теория Генки-Ильюшина. Сравнение различных теорий пластичности. Обзор экспериментальных данных.

#### **20. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ В ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ [9,10,11]**

Постановка задач в теории пластичности идеально-упруго-пластического тела. Остаточные напряжения. Условия непрерывности на границе упругой и пластической области. Поверхности сильного разрыва.

Вариационные принципы в теории упругопластического тела. Кинематически возможные вариации состояния. Статически возможные вариации состояния.

Теоремы единственности скоростей изменения деформаций и напряжений. Единственность тензорного поля напряжений.

Предельное состояние и предельная нагрузка. Вариационные принципы предельного состояния. Определение верхней и нижней границ для предельной нагрузки.

### **21. ПРЕДЕЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ [9,10,11]**

Методы нахождения предельной нагрузки. Применение вариационных принципов. Рассмотрение различных механизмов предельного состояния. Применение к неразрезным балкам.

### **22. ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ [9,10,11]**

Уравнения плоской задачи. Характеристики и линии скольжения. Теорема Генки. Простейшие поля линий скольжения.

### **23. ОСНОВНЫЕ ПОЛЯ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ [11]**

Понятие о ползучести и релаксации. Физические теории ползучести. Температурные режимы и срок службы энергетических машин и установок. Результаты экспериментального изучения ползучести. Диаграмма ползучести при растяжении. Зависимость деформаций ползучести от напряжений и температуры. Зависимость для участка установившейся скорости ползучести. Ползучесть при разгрузке и повторном нагружении. Простая релаксация.

### **24. ГИПОТЕЗЫ ПОЛЗУЧЕСТИ [11]**

Назначение гипотез ползучести. Гипотезы старения, течения, упрочнения и пластической наследственности. Экспериментальная проверка гипотез.

### **25. УРАВНЕНИЯ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ [11]**

Ползучесть в общем случае объемного напряженного состояния изотропного тела. Связь между компонентами тензоров напряжений и деформаций ползучести по деформационной теории и теории пластического течения.

Уравнения нелинейной теории ползучести и их варианты по различным гипотезам ползучести. Постановка задач ползучести в общем случае трехосного напряженного состояния.

### **26. ПРОСТЕЙШИЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ [11]**

Иллюстрация установившейся и неустановившейся ползучести на примере ползучести стержневой системы. Установившаяся ползучесть при кручении и при чистом изгибе стержня кругового сечения. Релаксация крутящего и изгибающего моментов.

### **27. ТЕОРИЯ ЛИНЕЙНОЙ ВЯЗКОУПРУГОСТИ [11]**

Математическое описание вязкоупругих свойств полимеров. Исследование для этой цели механических моделей. Описание простейших экспериментов: ползучесть, релаксация напряжений, периодические или динамические режимы



нагрузки. Обобщенные модели. Дискретные и сплошные спектры времен релаксации.

Вязкоупругие функции (функция ползучести, релаксационный модуль, различные динамические функции), соотношения между неравновесными и динамическими функциями, соотношения между спектрами. Приближенные соотношения между вязкоупругими функциями. Аналогия с электрическими цепями.

Постановка и методы решения задач теории вязкоупругости. Применение принципа соответствия Вольтерра. Приближенный метод преобразования Лапласа.

## **28. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ И КОНТАКТНЫЕ ЗАДАЧИ [6]**

Задача Буссинеска. Действие произвольной нагрузки на полупространство. Давление жесткого кругового штампа на полупространство. Задача Герца.

## **29. ЭЛЕМЕНТЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ [12]**

Метод Лагранжа и метод Эйлера для описания деформаций сплошной среды. Тензор конечных деформаций. Потенциальная энергия деформации. Различные способы описания напряженного состояния. Тензор напряжений Треффца. Простейшие задачи нелинейной теории упругости.

## **30. ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ИЗГИБА ПЛАСТИН [7]**

Влияние начальных усилий в срединной поверхности на изгиб пластин. Простейшие задачи упругой устойчивости для пластин. Нелинейная теория изгиба пластин. Уравнения Кармана. Метод приближенного решения нелинейных задач.

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Победря Б.Е. Лекции по тензорному анализу. М.: Изд.МГУ, 1979. 224 с.
2. Кильчевский Н.А. Основы тензорного исчисления с приложением к механике. Киев: Наукова думка, 1972. 148 с.
3. Сокольников И.С. Тензорный анализ. Теория и применение в геометрии и механике сплошных сред. М.: Наука, 1971.
4. Демидов С.П. Теория упругости. М.: Высшая школа, 1979. 432 с.
5. Амензаде Ю.А. Теория упругости. М.: Высшая школа, 1976. 272 с.
6. Партон В.З., Перлин П.И. Методы математической теории упругости. М.: Наука, 1981. 688 с.
7. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: Наука, 1963. 636 с.
8. Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 1977. 488с.
9. Проценко А.М. Теория упруго-идеальнопластических систем. М.: Наука, 1982. 287с.
10. Ерхов М.И. Теория идеально пластических тел и конструкций. М.: Наука, 1978. 352с.
11. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979. 744 с.
12. Новожилов В.В. Теория упругости. Л.: Судпромгиз, 1958. 372 с.

«Согласовано»

Директор ЭнМИ \_\_\_\_\_  
название института

Меркурьев И.В.

Директор АВТИ \_\_\_\_\_  
название института

Вишняков С.В.